Aula 15

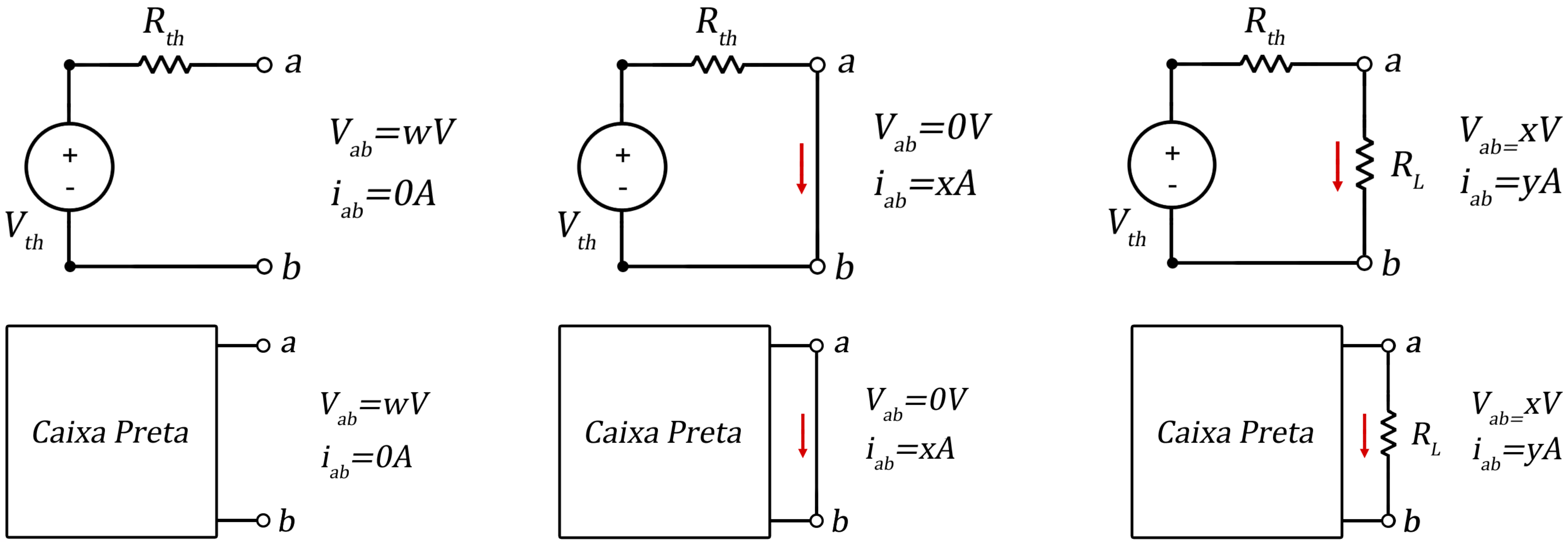
Equivalente de Thévenin
Parte II

Circuitos Elétricos I

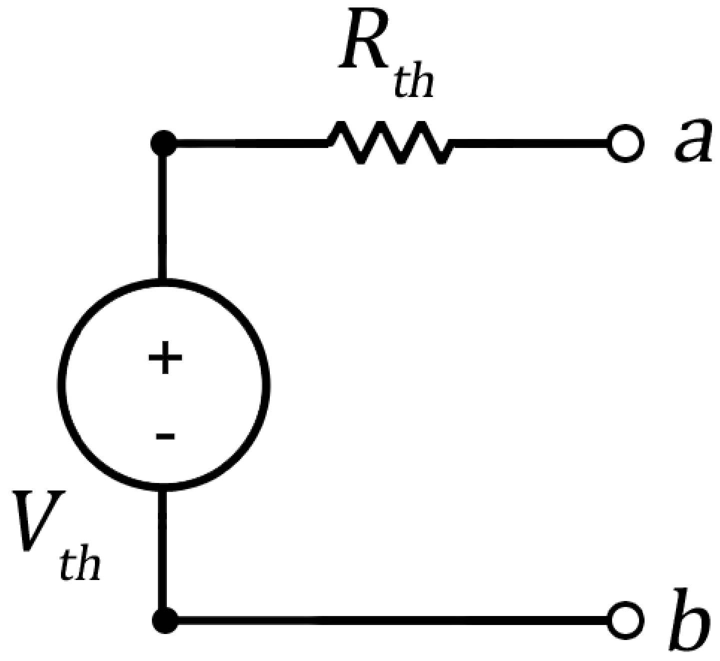
Prof. Henrique Amorim - UNIFESP - ICT

Revisão

Considerando que os 2 circuitos são equivalentes em relação a dois terminais, a resposta dos circuitos devem ser as mesmas, para qualquer carga conectada a esses terminais, seja uma resistência R, um curto circuito, ou um circuito aberto.



Baseado na afirmação do slide anterior, podemos simplificar qualquer circuito resistivo em uma associação entre uma fonte de tensão e um resistor. Desde que:



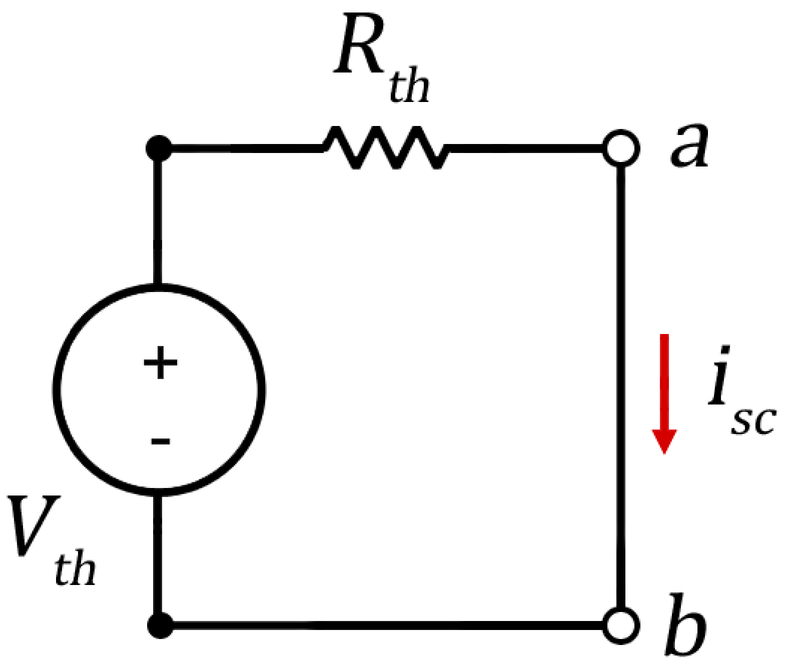
Consideração 1

Ao considerarmos o equivalente de Thévenin sem carga (circuito aberto), concluímos que a fonte de tensão (Vth) é igual a tensão entre os terminais a e b. Assim:

$$V_{ab} = V_{Th}$$

Revisão

Baseado na afirmação do slide anterior, podemos simplificar qualquer circuito resistivo em uma associação entre uma fonte de tensão e um resistor. Desde que:



Consideração 2

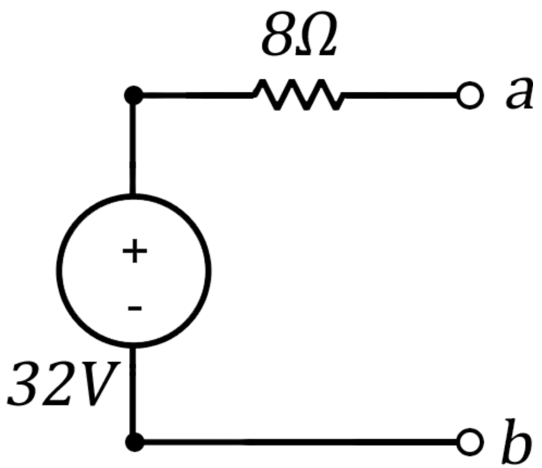
Ao considerarmos um curto circuito entre os terminais a e b do equivalente de Thévenin, podemos calcular a resistência de Thévenin (Rth), pela relação:

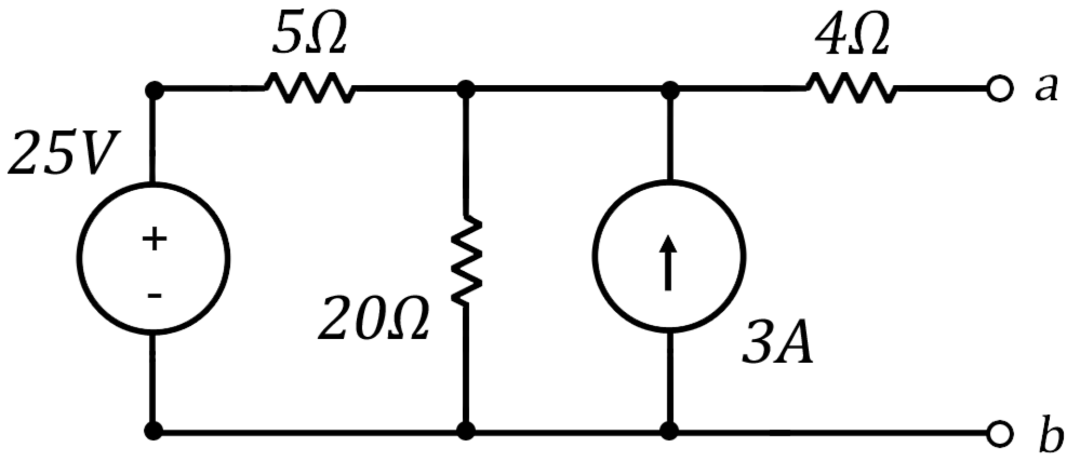
$$R_{Th} = \frac{V_{Th}}{i_{sc}}$$

Revisão

Exercício: Calcule o equivalente de Thévenin, em relação aos terminais a e b, do circuito abaixo:

$$V_{Th} = 32V \qquad R_{Th} = \frac{V_{Th}}{i_{sc}} = \frac{32}{4} = 8\Omega$$





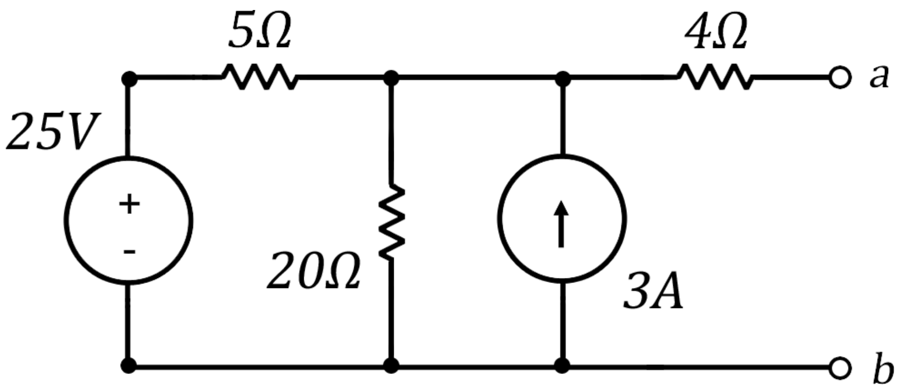
Método alternativo para calcular RTh

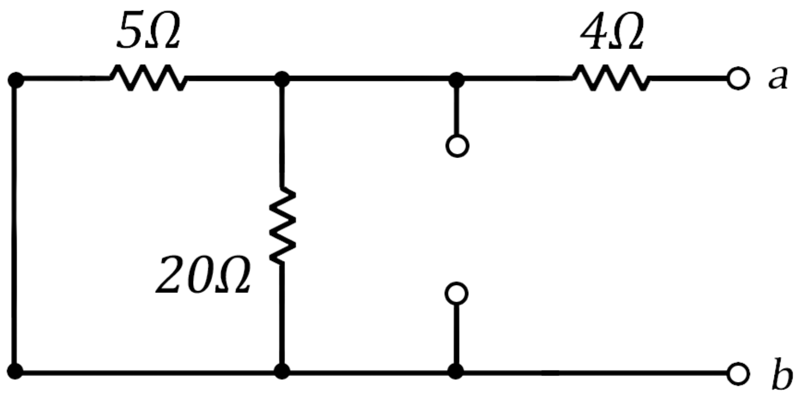
É possível calcular RTh, por meio do princípio da superposição:

Considerando que existe uma tensão VTh, nos terminais ab, podemos calcular o resistor equivalente “desligando” as demais fontes.

Fonte de tensão: Curto circuito

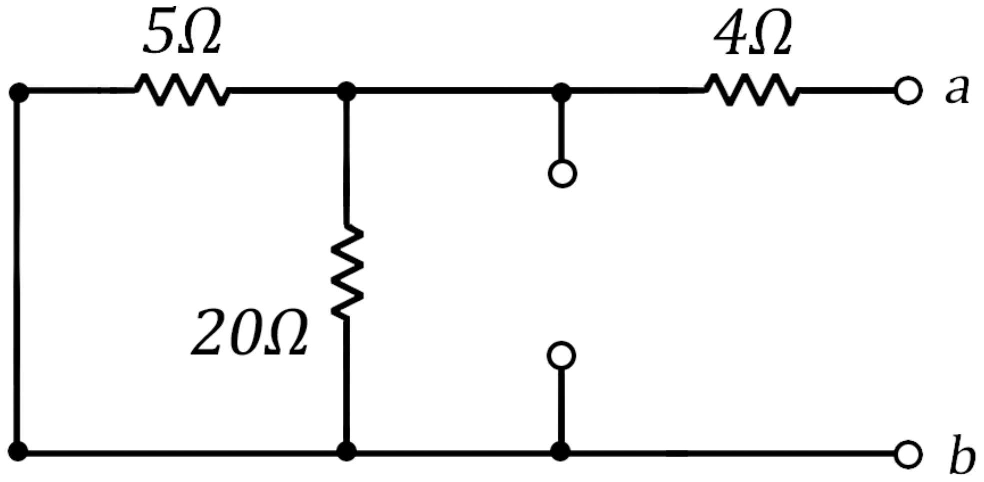
Fonte de corrente: Circuito aberto





Método alternativo para calcular RTh

** Lembrando que só podemos “desligar” fontes independentes



$$R_{Th} = (5\,||\,20) + 4$$

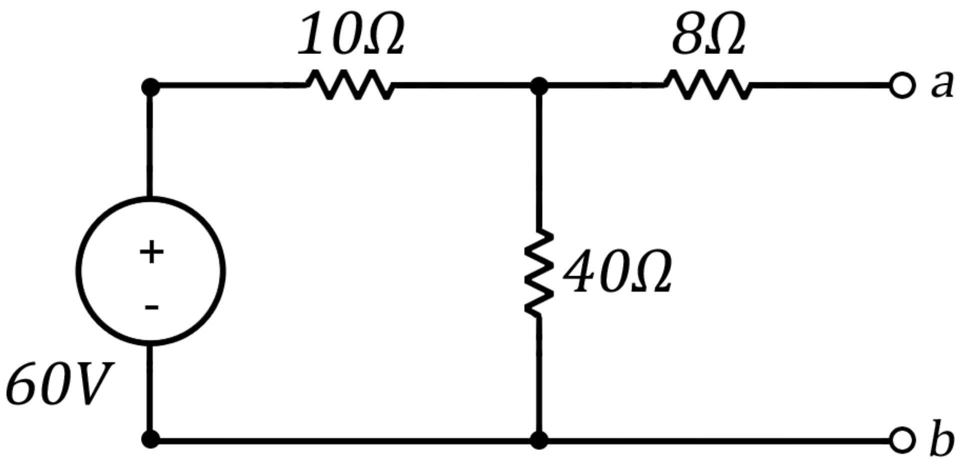
$$R_{Th} = \frac{5 \cdot 20}{5 + 20} + 4$$

$$\boldsymbol{R_{Th} = 8\Omega}$$

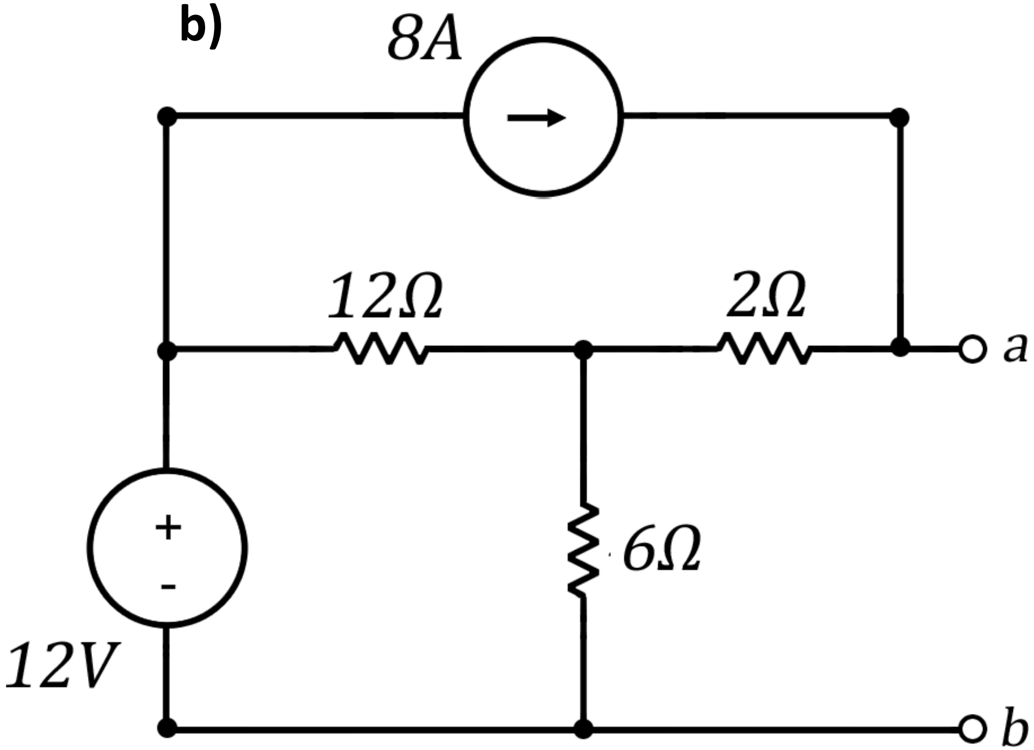
Equivalente de Thévenin

Exercício: Calcule o equivalente de Thévenin em relação aos terminais a e b dos circuitos abaixo

a)

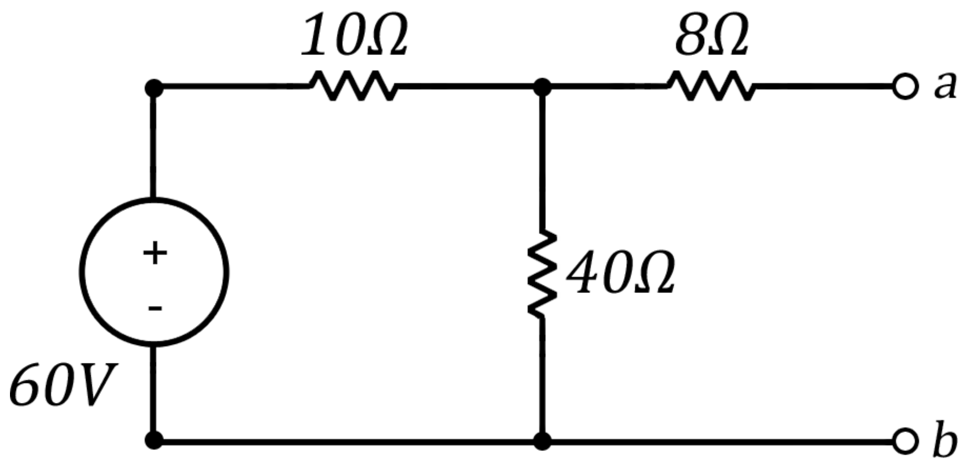


b)



Equivalente de Thévenin

Exercício: Calcule o equivalente de Thévenin em relação aos terminais a e b dos circuitos abaixo

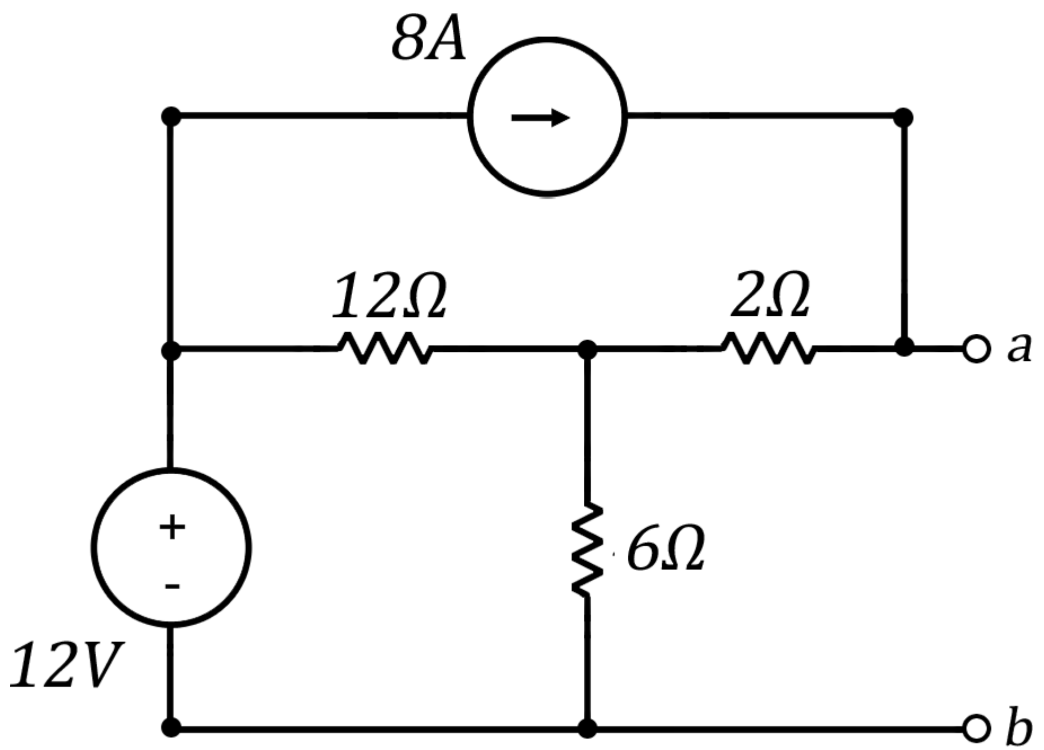


$$V_{Th} = 60 \cdot \frac{40}{40 + 10} = 48V$$

$$R_{Th} = (10 \,||\, 40) + 8 = 16\Omega$$

Equivalente de Thévenin

Exercício: Calcule o equivalente de Thévenin em relação aos terminais a e b dos circuitos abaixo



$$\frac{V_{6\Omega} - 12}{12} + \frac{V_{6\Omega}}{6} - 8 = 0$$

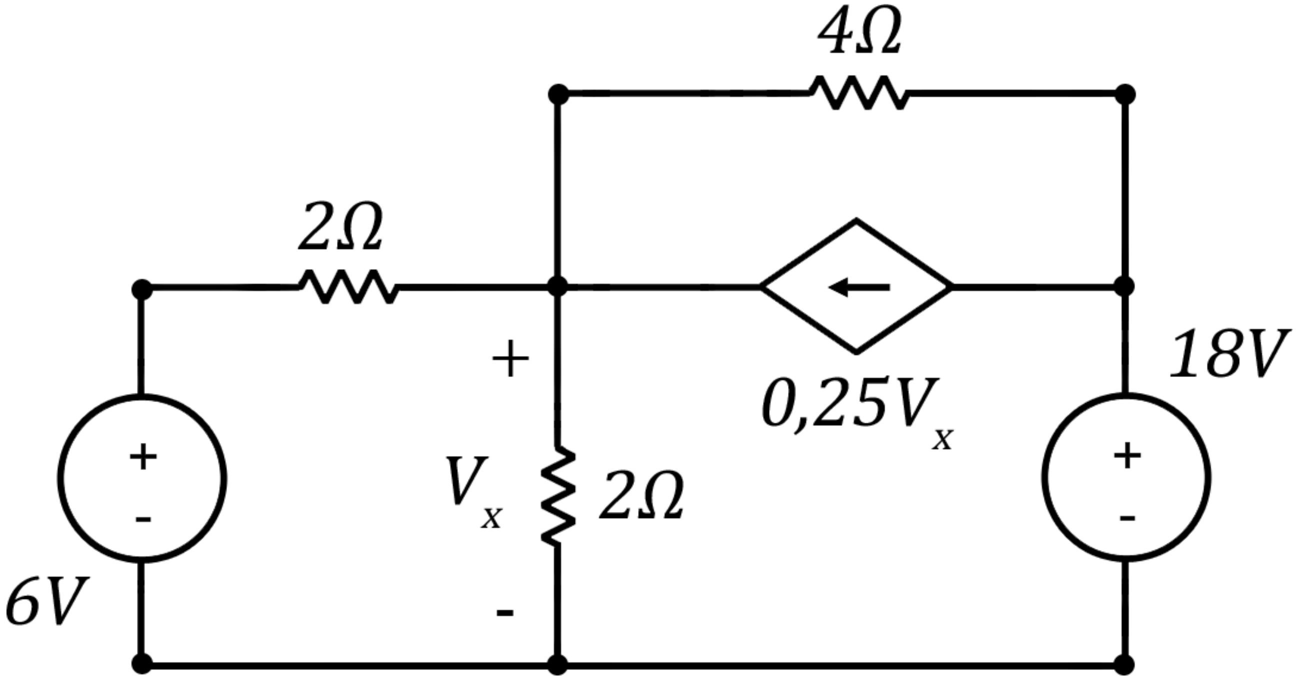
$$V_{6\Omega} = 36V$$

$$\boldsymbol{V_{Th} = 36 + 16 = 52V}$$

$$\boldsymbol{R_{Th} = (12\,||\,6) + 2 = 6\Omega}$$

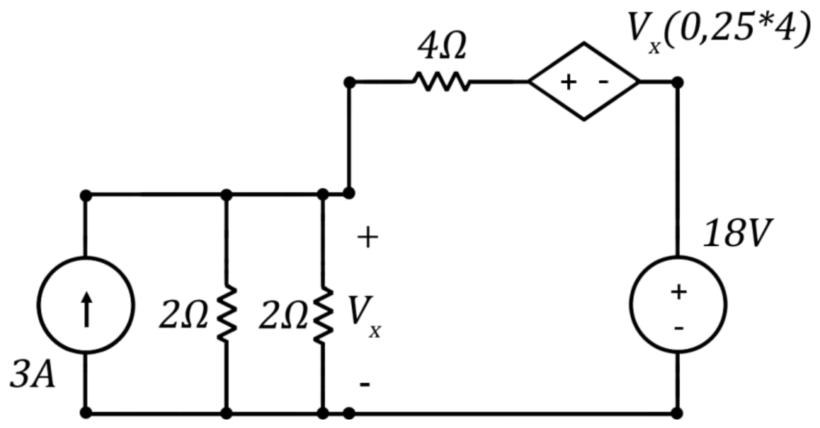
Equivalente de Thévenin

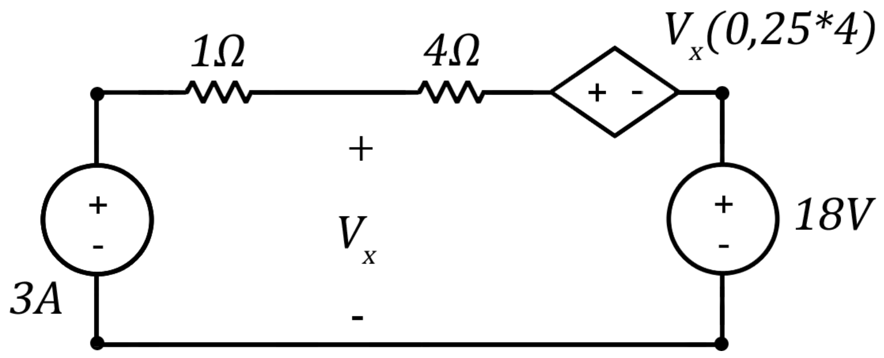
Exercício: Calcule a potência do resistor de 4Ω

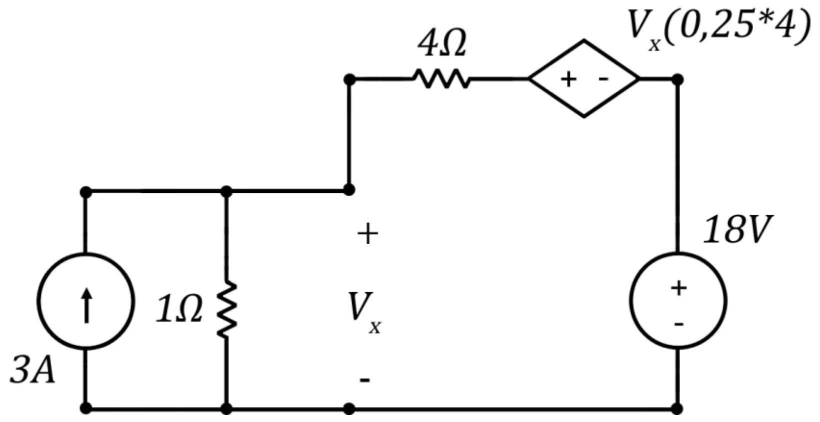


Equivalente de Thévenin

Exercício: Calcule a potência do resistor de 4Ω. (Forma I)







$$\frac{V_x - 3}{1} + \frac{V_x - V_x - 18}{4} = 0$$

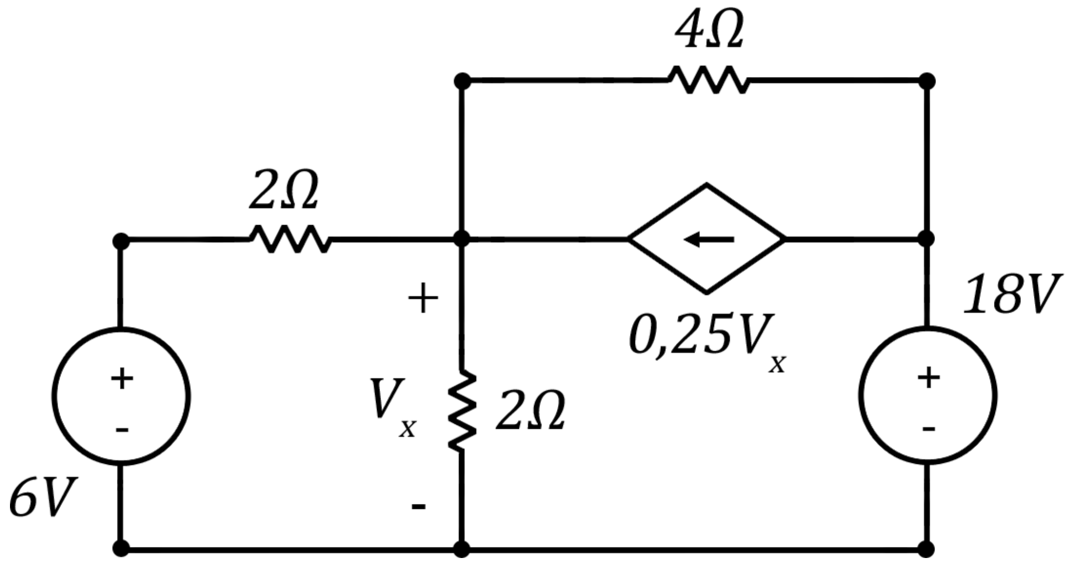
$$\boldsymbol{V_x = 3 + 4,5 = 7,5V}$$

$$V_{4\Omega} = 18 - 7,5 = 10,5V$$

$$\boldsymbol{P_{4\Omega} = \frac{10,5^2}{4} = 27,56W}$$

Equivalente de Thévenin

Exercício: Calcule a potência do resistor de 4Ω. (Forma II)



$$\frac{V_x - 6}{2} + \frac{V_x}{2} - 0{,}25 \cdot V_x + \frac{V_x - 18}{4} = 0$$

$$V_x\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 0{,}25 + \frac{1}{4}\right) = \frac{6}{2} + \frac{18}{4}$$

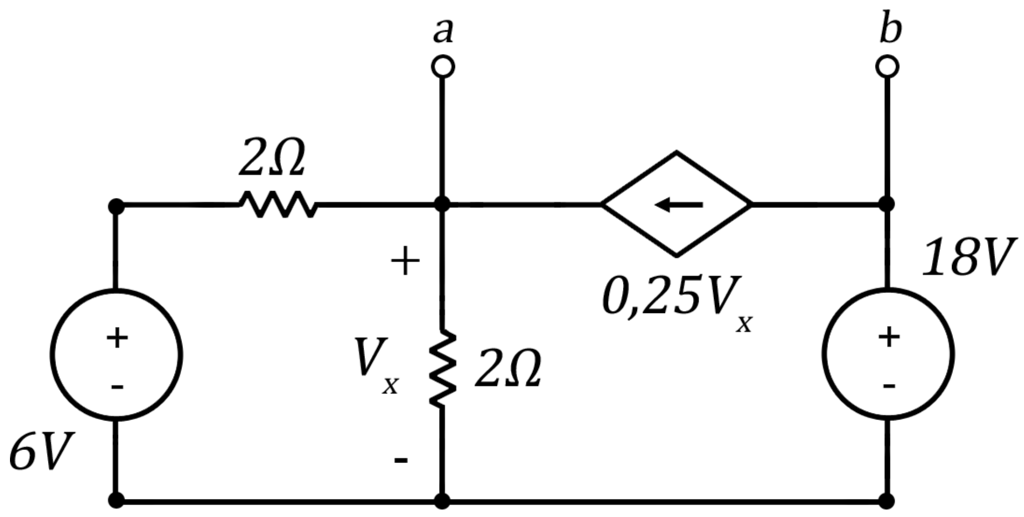
$$\boldsymbol{V_x = 7,5V}$$

$$V_{4\Omega} = 18 - 7{,}5 = 10{,}5V$$

$$\boldsymbol{P_{4\Omega} = \frac{10,5^2}{4} = 27,56W}$$

Equivalente de Thévenin

Exercício: Calcule a potência do resistor de 4Ω. (Forma III - Thévenin)



$$V_{Th} = V_{fontDep}$$

$$\frac{V_x - 6}{2} + \frac{V_x}{2} - 0{,}25 \cdot V_x = 0$$

$$V_x\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 0{,}25\right) = \frac{6}{2}$$

$$V_x = 4V$$

$$\boldsymbol{V_{Th} = -14V}$$

V_{Th}

\+ -

\+ +

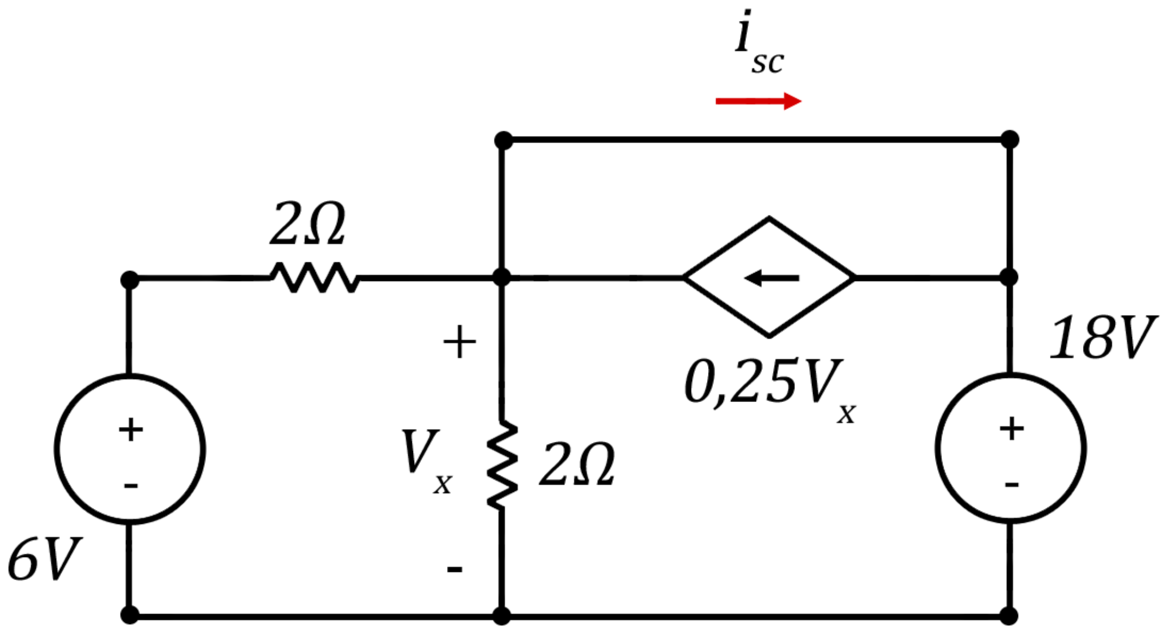
4V 18V

\- -

Equivalente de Thévenin

Exercício: Calcule a potência do resistor de 4Ω. (Forma III - Thévenin)

Como o circuito possui uma fonte dependente não é possível utilizar o método “desligando fontes”



$$V_x = 18V$$

$$6 + 9 + i_{sc} = 4{,}5$$

$$i_{sc} = -10{,}5A$$

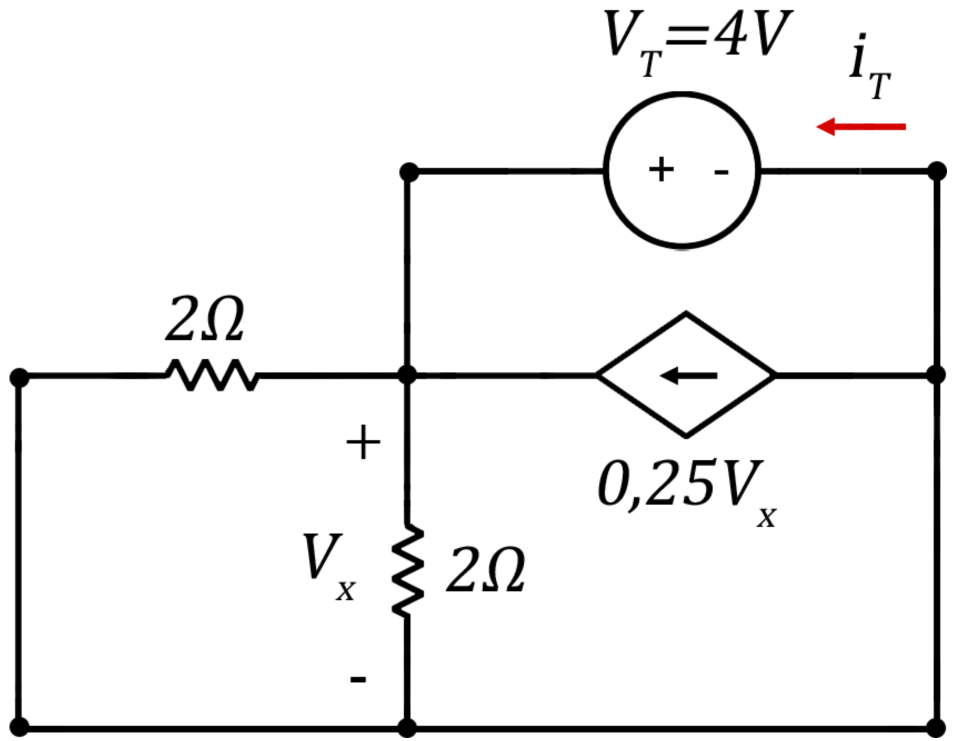
$$\boldsymbol{R_{Th} = \frac{-14}{-10,5} = 1,33\Omega}$$

Equivalente de Thévenin

Método alternativo para calcular RTh, caso o circuito possua fonte dependente

1 – Remover as fontes independentes;
2 - Anexar uma fonte de tensão ou corrente entre os terminais analisados; e
3 – Calcular Rth pela relação:

$$\boldsymbol{R_{Th} = \frac{V_T}{i_T}}$$



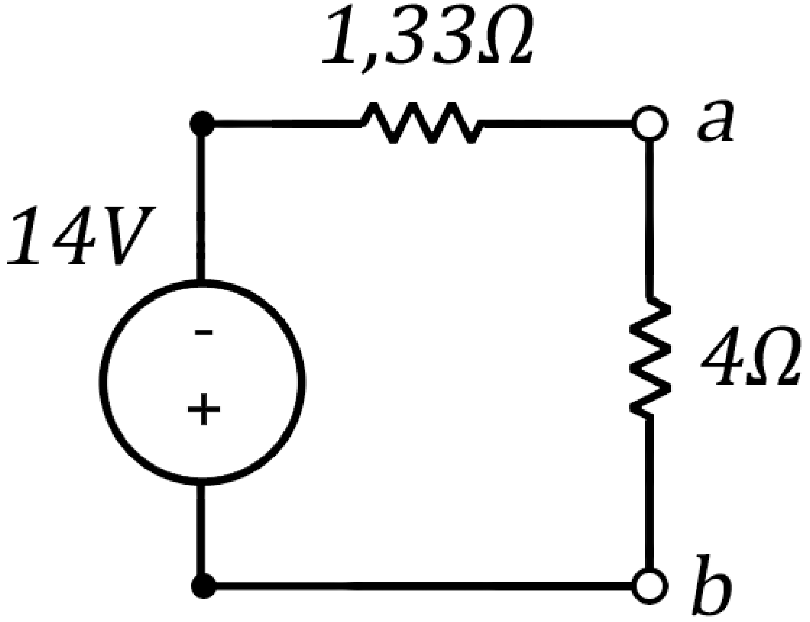
$$i_T + 1 = 2 + 2$$

$$i_T = 3A$$

$$\boldsymbol{R_{Th} = \frac{4}{3} = 1,33\Omega}$$

Equivalente de Thévenin

Exercício: Calcule a potência do resistor de 4Ω. (Forma III - Thévenin)

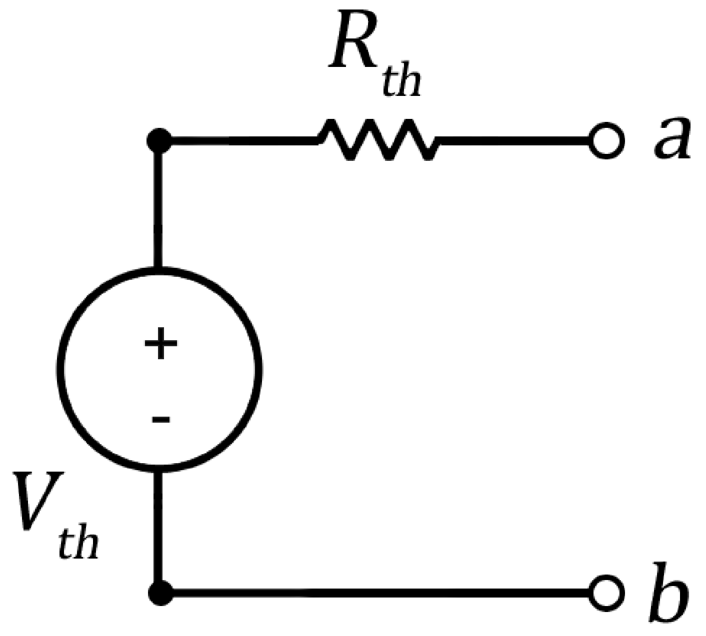


$$V_{4\Omega} = 14 \cdot \frac{4}{4+1{,}33} = 10{,}5V$$

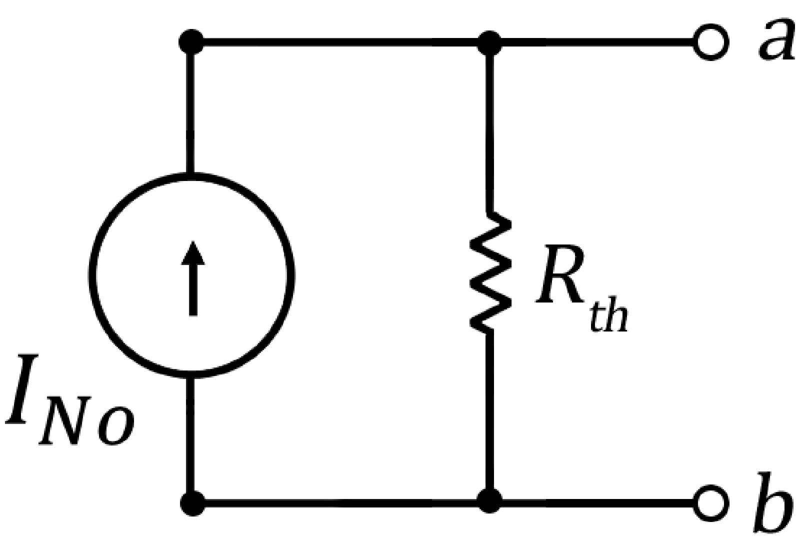
$$\boldsymbol{P_{4\Omega} = \frac{10,5^2}{4} = 27,56\mathrm{W}}$$

Equivalente de Norton

Equivalente de Thévenin

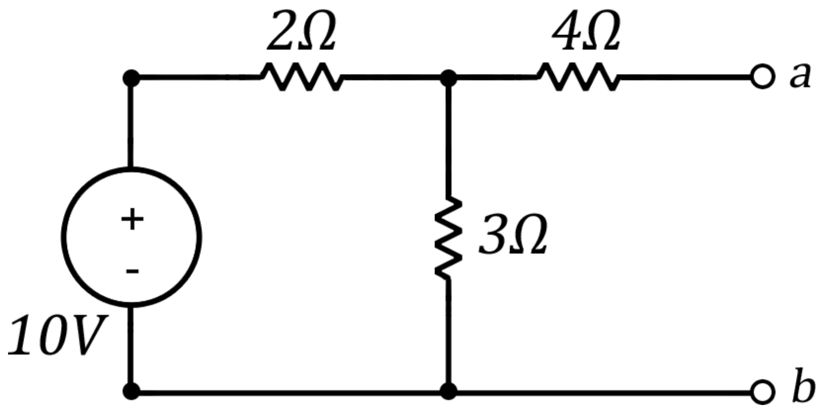


Equivalente de Norton

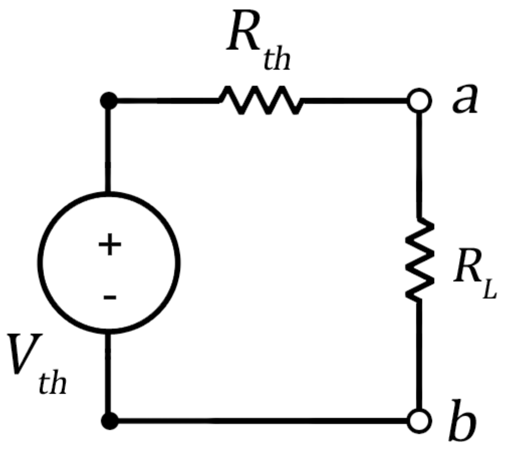


Máxima Transferência de Potência

Exemplo: Qual o valor da resistência de carga, conectada aos terminais a e b, que resulte na maior transferência de potência?



$$P = i^2 \cdot R_L$$



$$V_{Th} = 10 \cdot \frac{3}{3+2} = 6V$$

$$R_{Th} = (2 \,||\, 3) + 4 = 5{,}2\Omega$$

$$P = \left(\frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L}\right)^2 \cdot R_L \qquad P = \left(\frac{6}{5{,}2 + R_L}\right)^2 \cdot R_L$$

$$\mathbf{max}\,\boldsymbol{P} = ?$$

Máxima Transferência de Potência

$$\frac{dP}{dR_L} = 0$$

$$P = \left(\frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L}\right)^2 R_L$$

$$P = V_{Th}^2 \cdot (R_{Th} + R_L)^{-2} \cdot R_L$$

$$P = V_{Th}^2 \cdot \left((R_{Th} + R_L) \cdot R_L^{-\frac{1}{2}}\right)^{-2}$$

$$P = V_{Th}^2 \cdot \left((R_{Th} \cdot R_L^{-\frac{1}{2}}) + R_L^{\frac{1}{2}}\right)^{-2}$$

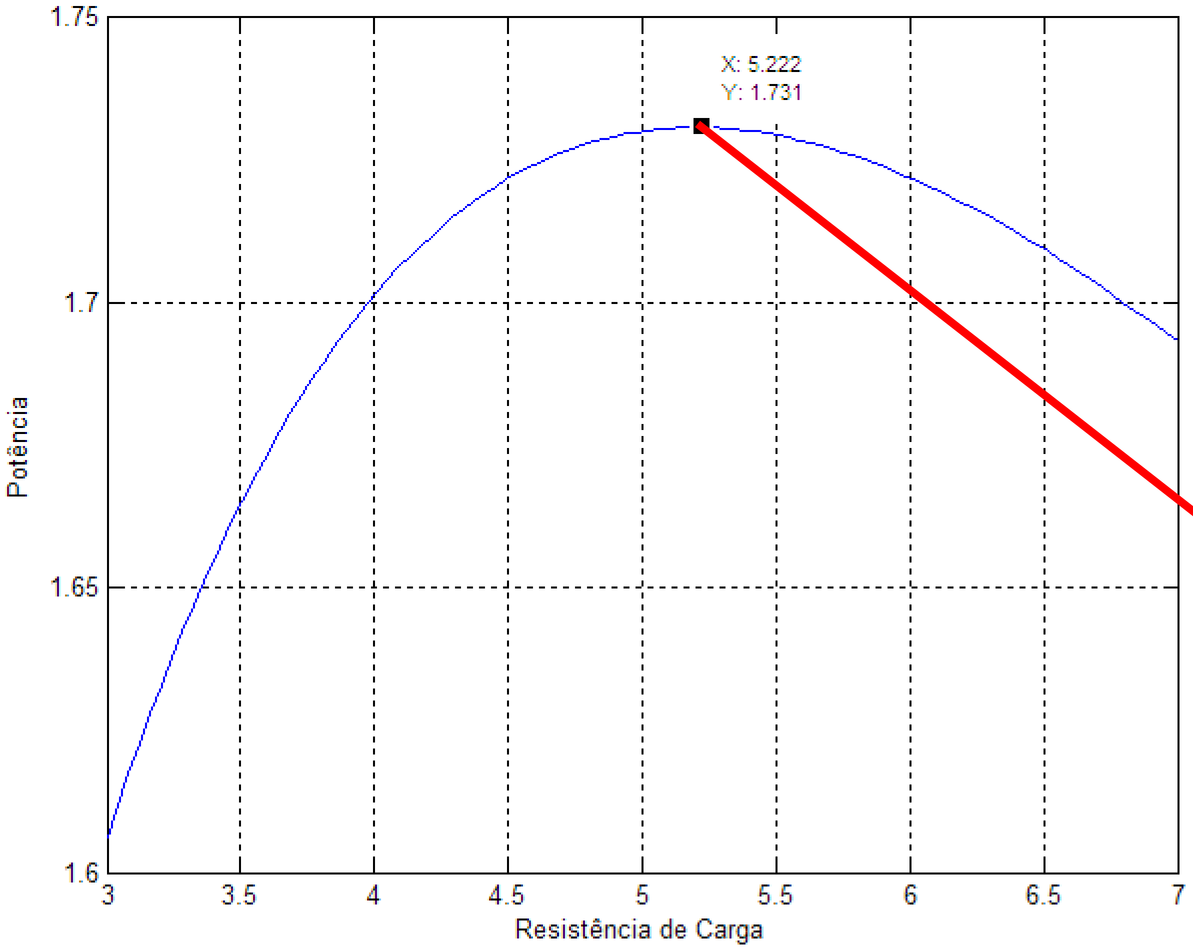
$$\frac{dP}{dR_L} = V_{Th}^2 \cdot (-2) \cdot \left((R_{Th} \cdot R_L^{-\frac{1}{2}}) + R_L^{\frac{1}{2}}\right)^{-3} \cdot \left(-\frac{1}{2} R_{Th} \cdot R_L^{-\frac{3}{2}} + \frac{1}{2} \cdot R_L^{-\frac{1}{2}}\right) = 0$$

$$\frac{1}{2} R_{Th} \cdot R_L^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \cdot R_L^{-\frac{1}{2}} \qquad R_{Th} = \frac{R_L^{-\frac{1}{2}}}{R_L^{-\frac{3}{2}}}$$

$$\boldsymbol{R_{Th} = R_L}$$

$$\boldsymbol{P_{MAX} = \frac{V_{Th}^2}{4 \cdot R_{Th}}}$$

Máxima Transferência de Potência



$$P = \left(\frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L}\right)^2 \cdot R_L$$

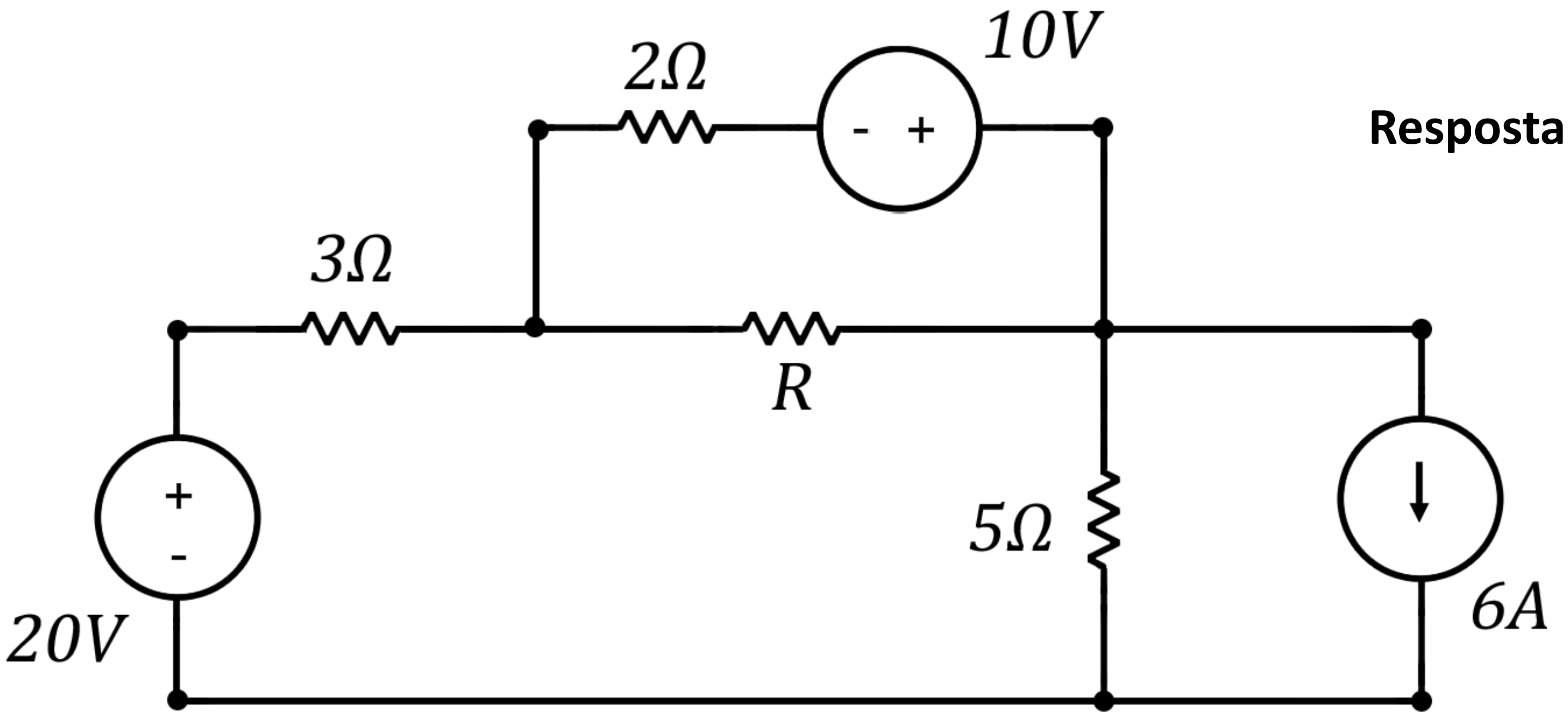
$$P = \left(\frac{6}{5{,}2 + R_L}\right)^2 \cdot R_L$$

$$R_L = R_{Th} = 5{,}2\Omega$$

$$\boldsymbol{P_{R_L} = 1{,}73W}$$

Máxima transferência de Potência

Exercício: Determine a potência máxima que pode ser liberada para o resistor R:

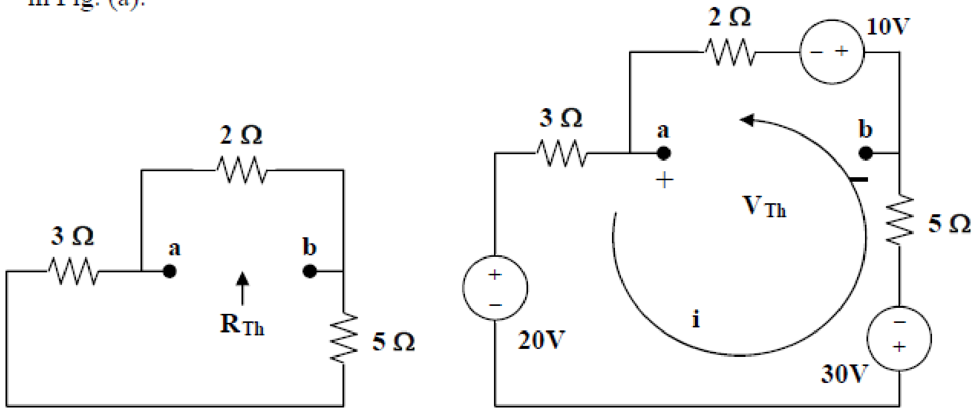


Resposta: 625mW

Exercício: Determine a potência máxima que pode ser liberada para o resistor R:

Chapter 4, Solution 66.

We first find the Thevenin equivalent at terminals a and b. We find R_{Th} using the circuit in Fig. (a).



(a) (b)

$$R_{Th} = 2||(3 + 5) = 2||8 = \mathbf{1.6\ ohms}$$

By performing source transformation on the given circuit, we obatin the circuit in (b). We now use this to find V_{Th}.

$$10i + 30 + 20 + 10 = 0, \text{ or } i = -6$$

$$V_{Th} + 10 + 2i = 0, \text{ or } V_{Th} = 2 \text{ V}$$

$$p = V_{Th}^2/(4R_{Th}) = (2)^2/[4(1.6)] = \mathbf{625\ m\ watts}$$